

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ УЧЕБНЫЙ ФРАГМЕНТ

Учебное математическое моделирование: динамика численности популяции

Математическое моделирование

Этот образец создан для объяснения формата и подхода DIPLOM34. Исходные данные и числа условны. Это не заказ клиента и не готовая работа для сдачи.

Задание

Условная учебная задача: построить простейшую дискретную модель изменения численности популяции с ограничением ресурсов. Исходные данные: начальная численность $N_0 = 100$ особей, удельная скорость роста $r = 0,2$ (безразмерная), ёмкость среды $K = 500$ особей. Модель: $N(t+1) = N(t) + r * N(t) * (1 - N(t)/K)$. Требуется рассчитать численность на первые 4 шага по времени и сделать вывод о поведении модели. Все числа условны и приведены для демонстрации.

Постановка задачи и допущения

В учебной модели рассматривается изолированная популяция, численность которой зависит только от внутренней скорости роста и доступных ресурсов. Влияние миграции, сезонности и внешних факторов не учитывается, чтобы упростить расчёт.

Приняты условные значения: $N_0 = 100$, $r = 0,2$, $K = 500$. Шаг времени t — условный период (например, один сезон). Требуется вычислить $N(1)$, $N(2)$, $N(3)$, $N(4)$ последовательно.

Расчётная формула и вычисления

Используем рекуррентную формулу $N(t+1) = N(t) + r * N(t) * (1 - N(t)/K)$. Подставим $r = 0,2$ и $K = 500$.

Шаг 1: $N(1) = 100 + 0,2 * 100 * (1 - 100/500) = 100 + 20 * 0,8 = 116$. Шаг 2: $N(2) = 116 + 0,2 * 116 * (1 - 116/500) = 116 + 23,2 * 0,768 = 116 + 17,8176 \approx 133,82$.

Продолжение расчёта и проверка арифметики

Шаг 3: $N(3) = 133,82 + 0,2 * 133,82 * (1 - 133,82/500) = 133,82 + 26,764 * 0,73236 \approx 133,82 + 19,60 = 153,42$. Шаг 4: $N(4) = 153,42 + 0,2 * 153,42 * (1 - 153,42/500) = 153,42 + 30,684 * 0,69316 \approx 153,42 + 21,27 = 174,69$.

Проверка: на каждом шаге прирост положителен, но его доля от текущей численности снижается по мере приближения к ёмкости $K = 500$. Это соответствует логистическому характеру модели.

Интерпретация результатов

За четыре шага численность выросла со 100 до примерно 175 особей. Рост замедляется: абсолютный прирост увеличился с 16 до 21,27, но относительный прирост упал с 16% до 13,9%.

Модель демонстрирует плавный выход на плато вблизи K . Для учебных целей достаточно качественного вывода: при данных параметрах популяция устойчиво растёт, приближаясь к ёмкости среды.

Шаг t	Численность $N(t)$	Абсолютный прирост	Относительный прирост, %
0	100,00	—	—
1	116,00	16,00	16,0
2	133,82	17,82	15,4
3	153,42	19,60	14,6
4	174,69	21,27	13,9

Критерии проверки

- Формула применена верно: на каждом шаге используется текущее значение $N(t)$, а не начальное.
- Арифметика проверена: например, $N(2) = 116 + 0,2 \cdot 116 \cdot (1 - 116/500) = 133,82$ (округление до сотых).
- Сделайте вывод о замедлении относительного прироста при приближении к ёмкости K .
- Убедитесь, что все исходные числа взяты из условия и явно названы условными.

Для индивидуального заказа состав материалов, объём и оформление согласуются по вашим требованиям. diplom34.ru