Контрольная работа

Производные и исследование функций

Пример создан специально для сайта. Не является реальным заказом клиента или готовой работой для сдачи.

Задание 1. Производная

Найти производную функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. По правилу дифференцирования степенной функции: $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$. Критические точки: $x = 0$ и $x = 2$.

Исследование монотонности

При $x < 0$ производная положительна. На интервале $(0;2)$ производная отрицательна. При $x > 2$ - положительна. Следовательно, $x = 0$ является точкой локального максимума, $x = 2$ - локального минимума.

Значения в экстремумах

$f(0) = 2$; $f(2) = 8 - 12 + 2 = -2$. Это локальные экстремумы, поскольку кубическая функция не ограничена на всей числовой прямой.

Задание 2. Определённый интеграл

Вычислить интеграл функции $2x + 1$ на отрезке $[0;2]$. Первообразная $F(x) = x^2 + x$. По формуле Ньютона-Лейбница: $F(2) - F(0) = 6 - 0 = 6$.

Проверка

На $[0;2]$ функция неотрицательна, поэтому интеграл равен площади трапеции с основаниями 1 и 5 и высотой 2: $(1 + 5) \times 2 / 2 = 6$. Геометрическая проверка совпала с аналитическим расчётом.